

МАТЕМАТИКА

Пособие
для подготовки к ЕГЭ

- Справочные материалы
- Задания из открытого банка ЕГЭ
- Теория и практика

A large green circle containing a mathematical formula, surrounded by decorative patterns of white dots and wavy lines. The formula is
$$Q = \frac{\pi}{4} \int_0^l d^2 dl.$$

$Q = \frac{\pi}{4} \int_0^l d^2 dl.$



СОВРЕМЕННОЕ
ОБРАЗОВАНИЕ
учебный центр с 1994 года

Ефремова Галина Павловна,
преподаватель математики учебного центра
«Современное образование».

Учебное пособие «Математика. Пособие для подготовки к ЕГЭ. Справочные материалы. Задания из открытого банка ЕГЭ. Теория и практика» предназначено выпускникам 10–11 классов для дополнительной подготовки к ЕГЭ по математике.

Пособие создано при участии Недре Л.Г.,
преподавателя математики
ЧОУ ДПО «Современное образование».

@ Учебный центр «Современное образование», 2023 г.

1 ЧАСТЬ

Задания с кратким ответом

За каждый правильный ответ – **1 балл.**

- 1** – ПЛАНИМЕТРИЯ
- 2** – ВЕКТОРЫ НА ПЛОСКОСТИ
- 3** – СТЕРЕОМЕТРИЯ
- 4** – ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ
- 5** – ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ (повышенный уровень)
- 6** – ПРОСТЕЙШИЕ УРАВНЕНИЯ
- 7** – ВЫЧИСЛЕНИЯ И ПРЕОБРАЗОВАНИЯ
- 8** – ПРОИЗВОДНАЯ И ПЕРВООБРАЗНАЯ
- 9** – ЗАДАЧИ С ПРИКЛАДНЫМ СОДЕРЖАНИЕМ
- 10** – ТЕКСТОВЫЕ ЗАДАЧИ
- 11** – СВОЙСТВА ГРАФИКОВ ФУНКЦИЙ
- 12** – ИССЛЕДОВАНИЕ ФУНКЦИЙ

Ответом к заданиям **1–11** является целое число или конечная десятичная дробь. Единицы измерений писать не нужно.

2 ЧАСТЬ

Задания с развёрнутым ответом

13 – УРАВНЕНИЕ – 2 балла

- а) Решить уравнение.
- б) Найти корни, принадлежащие данному промежутку.

14 – СТЕРЕОМЕТРИЯ – 3 балла

- а) Доказать утверждение.
- б) Выполнить вычисления.

15 – НЕРАВЕНСТВО – 2 балла

16 – ЗАДАЧА С ЭКОНОМИЧЕСКИМ

СОДЕРЖАНИЕМ – 2 балла

17 – ПЛАНИМЕТРИЯ – 3 балла

- а) Доказать утверждение.
- б) Выполнить вычисления.

18 – ЗАДАЧА С ПАРАМЕТРОМ – 4 балла

19 – ЗАДАЧА НА ТЕОРИЮ ЧИСЕЛ – 4 балла

Для записи решений и ответов на задания **12–18** используется бланк ответов № 2. В бланк записывается полное обоснованное решение и ответ.

$$\Sigma = 32$$

Максимальное количество первичных баллов

за весь тест – **32 балла**



Продолжительность экзамена – **3 часа 55 минут**

(235 минут)



Данное пособие содержит справочные материалы, необходимые для решения тестовой части экзамена, и некоторые примеры решения и оформления заданий из первой и второй части ЕГЭ.

Задания для самоконтроля и для самостоятельного решения помогут вам отработать основные математические формулы и приёмы решений заданий из первой части ЕГЭ.

В пособие собрано более 500 заданий из открытого банка ЕГЭ.

Ко всем заданиям из открытого банка ЕГЭ и для самостоятельного решения даны ответы.

СПРАВОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ

СВОЙСТВА КВАДРАТНОГО ТРЁХЧЛЕНА

$$ax^2 + bx + c = 0$$

$$D = b^2 - 4ac \quad x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$$

Если b – чётное число:

$$\frac{D}{4} = \left(\frac{b}{2}\right)^2 - ac \quad x_{1,2} = \frac{-\frac{b}{2} \pm \sqrt{\frac{D}{4}}}{a}$$

$$ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2)$$

Теорема Виета

$$x^2 + px + q = 0$$

$$\begin{cases} x_1 \cdot x_2 = q \\ x_1 + x_2 = -p \end{cases}$$

$$\text{Модуль} \quad |a| = \begin{cases} a, \text{ если } a > 0 \\ 0, \text{ если } a = 0 \\ -a, \text{ если } a < 0 \end{cases}$$

СПРАВОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ

ФОРМУЛЫ СОКРАЩЁННОГО УМНОЖЕНИЯ

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

$$(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$$

$$a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$$

$$a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$$

$$a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$$

$$(a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2ac + 2bc$$

Задание для самоконтроля

Примените формулы:

1) $(\sqrt{x} + 5)^2 =$

2) $(x + y + 5)^2 =$

3) $(x - 1)^3 =$

4) $x^3 - 27 =$

5) $125 + y^6 =$

6) $x^4 - 49 =$

7) $x - 7 =$

8) $\sqrt{x} - \sqrt{3} =$

9) $x^6 - 64 =$

10) $\sqrt[3]{x} - 100 =$

11) $(x + y - 5)^2 =$

СПРАВОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ

СВОЙСТВА СТЕПЕНЕЙ

Пусть $a > 0$, $b > 0$.

1. $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$

2. $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$

3. $(a^m)^n = a^{m \cdot n}$

4. $(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$

5. $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$

По определению. Пусть $a > 0$, $n \in N$, $m \in Z$.

1. $a^0 = 1$

2. $a^1 = a$

3. $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$

4. $\frac{1}{a^{-n}} = a^n$

5. $a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$

СПРАВОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ

СВОЙСТВА АРИФМЕТИЧЕСКИХ КОРНЕЙ

Пусть $a > 0, b > 0$.

$$1. \quad (\sqrt[n]{a})^n = a$$

$$2. \quad \sqrt[n]{a \cdot b} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}$$

$$3. \quad \sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$$

$$4. \quad \sqrt[m \cdot n]{a^{m \cdot p}} = \sqrt[n]{a^p}$$

$$5. \quad \sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[m \cdot n]{a}$$

$$6. \quad (\sqrt[n]{a^m})^p = \sqrt[n]{a^{m \cdot p}}$$

$$7. \quad \sqrt[n]{1} = 1$$

$$8. \quad \sqrt[n]{0} = 0$$

$$9. \quad (\sqrt{a})^2 = a$$

$$10. \quad \sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$$

При $\forall a$

$$11. \quad \sqrt{a^2} = |a|$$

$$12. \quad \sqrt[2k]{a^{2k}} = |a|$$

$$13. \quad \sqrt[2k+1]{a^{2k+1}} = a$$

$$14. \quad \sqrt[2k+1]{-a} = -\sqrt[2k+1]{a}$$

СПРАВОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ

СВОЙСТВА ЛОГАРИФМОВ

$$\log_a b = c, \quad a^c = b, \quad b > 0, \quad a > 0, \quad a \neq 1$$

1. $a^{\log_a b} = b$
2. $\log_a b + \log_a c = \log_a(b \cdot c), \quad c > 0$
3. $\log_a b - \log_a c = \log_a \frac{b}{c}$
4. $\log_a b^n = n \cdot \log_a b$
5. $\log_{a^n} b = \frac{1}{n} \log_a b$
6. $\log_{a^n} b^n = \log_a b$
7. $\log_a \sqrt[n]{b} = \frac{1}{n} \log_a b$
8. $\log_a b^2 = 2 \log_a |b|$ при $\forall b$
9. $\log_a a = 1$
10. $\log_a 1 = 0$
11. $\lg b = \log_{10} b$
12. $\ln b = \log_e b, \quad e \approx 2,7$
13. $\log_a b \cdot \log_b a = 1, \quad b > 0, \quad b \neq 1$

СПРАВочНЫЕ МАТЕРИАЛЫ

Формула перехода:

$$14. \log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}, \quad c > 0, c \neq 1, a > 0, a \neq 1$$

$$15. \log_a b = \frac{1}{\log_b a}, \quad b > 0, b \neq 1$$

Задание для самоконтроля

1) $49^{\log_7 15} =$

2) $\log_6 4 + \log_6 9 =$

3) $\log_5 75 - \log_5 3 =$

4) $\log_3 \sqrt[5]{27} =$

5) $\log_{625} 125 =$

6) $\log_5 0,04 =$

7) $\frac{\log_7 8}{\log_7 6} + \log_6 0,75 =$

8) $\log_9 \log_4 64 =$

9) $\log_{\frac{1}{15}} \sqrt{15} =$

10) $\log_5 16 \cdot \log_4 125 =$

СПРАВочНЫЕ МАТЕРИАЛЫ

ЗАДАЧИ НА ПРОЦЕНТЫ

$$1\% = \frac{1}{100} = 0,01$$

$$2\% = \frac{1}{50} = 0,02$$

$$20\% = \frac{1}{5} = 0,2$$

- $\frac{1}{2} = 50\% = 0,5$
- $\frac{1}{4} = 25\% = 0,25$
- $\frac{3}{4} = 75\% = 0,75$
- $\frac{1}{5} = 20\% = 0,2$
- $\frac{1}{8} = 12,5\% = 0,125$
- $\frac{3}{8} = 37,5\% = 0,375$

Задание для самоконтроля

Переведите проценты в десятичную дробь, а потом в обыкновенную.

| | |
|-----------|-------------|
| 1) 7 % = | 4) 0,3 % = |
| 2) 28 % = | 5) 2,5 % = |
| 3) 60 % = | 6) 62,5 % = |